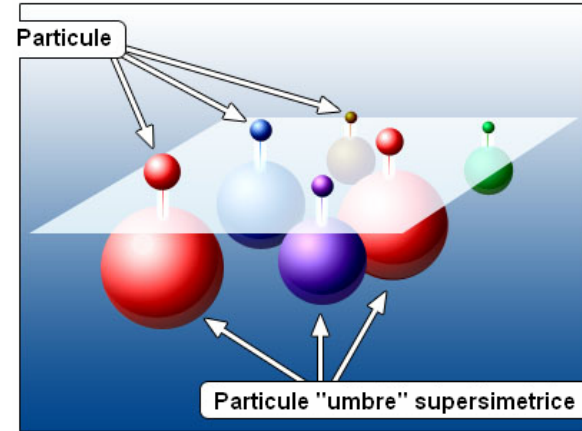


## Reprezentări ale grupului SU(3) în modelul quarc

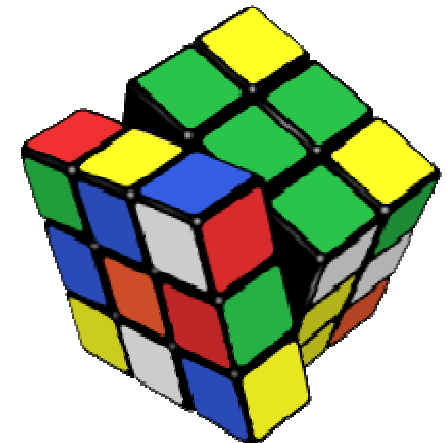
Observații experimentale:

- numărul de leptoni cunoscuți 6 însă există un număr foarte mare de hadroni
- hadronii se pot clasifica în funcție de numerele lor cuantice (număr barionic, spin, izospin, stranietate, etc) sugerează o simetrie intrinsecă a particulelor elementare. Simetria acestora poate fi descrisă de teoria grupurilor

Noțiunea de grup exprimă sub formă concisă și imediat utilizabilă, idei universale de regularitate și simetrie.



Numele grupului	Matricile grupului
$U(n)$	$n \times n$ unitare ( $U^*U=1$ )
$SU(n)$	$n \times n$ unitare cu determinant 1
$O(n)$	$n \times n$ ortogonale ( $O^T O=1$ )
$SO(n)$	$n \times n$ ortogonale cu determinant 1



Un grup este un set de elemente legate între ele prin anumite operații aritmetice sau algebrice. Grupurile pot fi finite sau infinite după cum conțin un număr limitat sau nelimitat de elemente .

În matematică un grup unitar special de grad  $n$ ,  $SU(n)$  este un grup de  $n \times n$  matrici unitare cu determinant egal cu 1. Cel mai simplu grup este grupul  $SU(1)$  care are un singur element

Grupul  $SU(n)$  este caracterizat prin  $n^2-1$  parametri independenți. Generatorii grupului  $SU(n)$  notați  $T_a$  sunt reprezentați de urma matricilor hermitiene, adică de :

$$\text{tr}(T_a) = 0$$

$$T_a = T_a^*$$

Pentru grupul  $SU(2)$ , care este un grup izomorfic cu  $n^2-1=3$  parametri independenți, generatorii  $T$  sunt proporționali cu matricile Pauli  $\sigma_a$ :

$$T_a = \frac{\sigma_a}{2}$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

În cazul grupului SU(3) ( $n^2-1=8$  parametri independenți) , generatorii sunt

$$T_a = \frac{\lambda_a}{2}$$

Unde  $\lambda$  reprezintă matrici Gell Mann, analoage matricilor Pauli în SU(2)

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

În teoria grupurilor SU(3) se arată că matricile  $\lambda$  îndeplinesc condiția de comutativitate:

$$[\lambda^a, \lambda^b] = \lambda^a \lambda^b - \lambda^b \lambda^a = 2i f^{abc} \lambda^c$$

$f^{abc}$  – sunt niște numere complexe numite constante de structură

Aplicând la particule, modelul SU(2) caracterizează multipleți prin numărul cuantic de izospin  $I$ . Fiecare multiplet constând din  $2I+1$  substări distanțate printr-o valoare dată de componenta  $I_3$ . Astfel reprezentarea este unidimensională.

Exemple

**$I=1/2$ :** Starile nucleonului: proton și neutron (dublet)  
transformările  $p \leftrightarrow n$  are simetrie internă SU(2)

Nucleon:

$$m_p = 938.28 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_n = 939.57 \text{ MeV}/c^2$$



$$n = \left| I = \frac{1}{2}, I_3 = -\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$p = \left| I = \frac{1}{2}, I_3 = +\frac{1}{2} \right\rangle$$

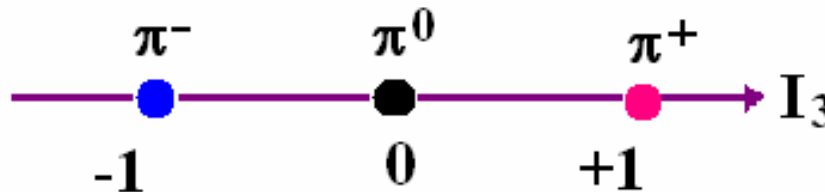
**$I=1$ :** Starile mezonului  $\pi$ : (triplet)

transformările  $\pi^- \pi^0 \pi^+$  are simetrie internă SU(2)

Pioni:

$$m_{\pi^\pm} = 139.6 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_{\pi^0} = 135.0 \text{ MeV}/c^2$$



$$\pi^- = \left| I = 1, I_3 = -1 \right\rangle$$

$$\pi^0 = \left| I = 1, I_3 = 0 \right\rangle$$

$$\pi^+ = \left| I = 1, I_3 = 1 \right\rangle$$

În reprezentarea  $SU(3)$  supermultipleții conțin multipleți de  $SU(2)$   
 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$

Prin urmare este nevoie de 2 numere care să specifice toate substările.

Descriu hadroni constituiti din trei quarci:  $u, d, s$ :

Mezoni:  $qq$

Barioni:  $qqq$

Invarianța la transformările  $uds$  adica simetrie  $SU(3)$

$SU(2)$

$SU(3)$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u: & u\text{-quarc, } q=+\frac{2}{3} \\ d: & d\text{-quarc, } q=-\frac{1}{3} \\ s: & s\text{-quarc, } q=-\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

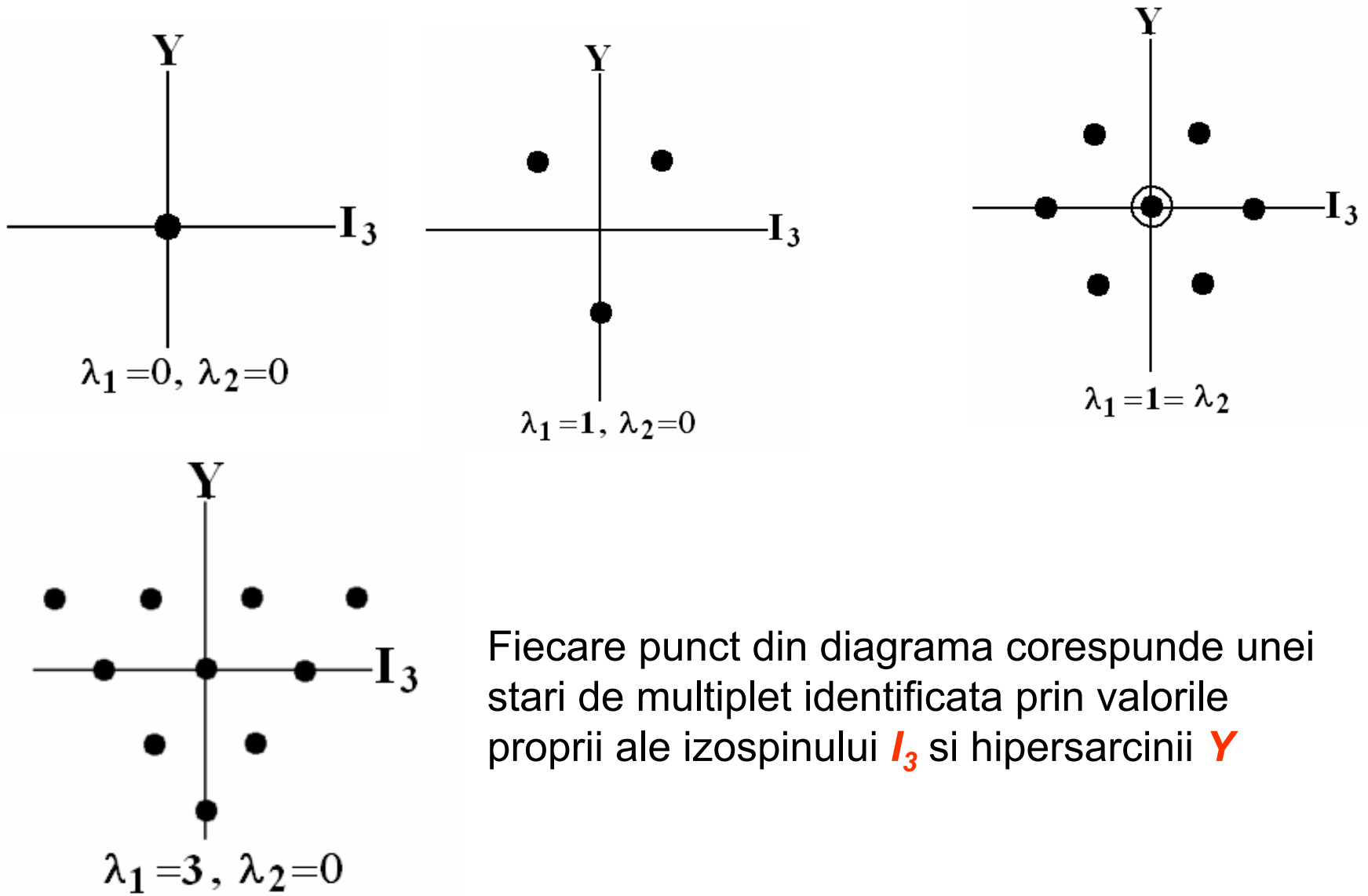
Să luăm aceste numerele  $\lambda_1$  și  $\lambda_2$ . Valoarea  $(\lambda_1+1)$  specifică numărul de puncte din partea superioară a unui hexagon iar  $(\lambda_2+1)$  numărul de puncte din partea inferioară.

Avem așadar o reprezentare bidimensională în care cele două axe sunt :

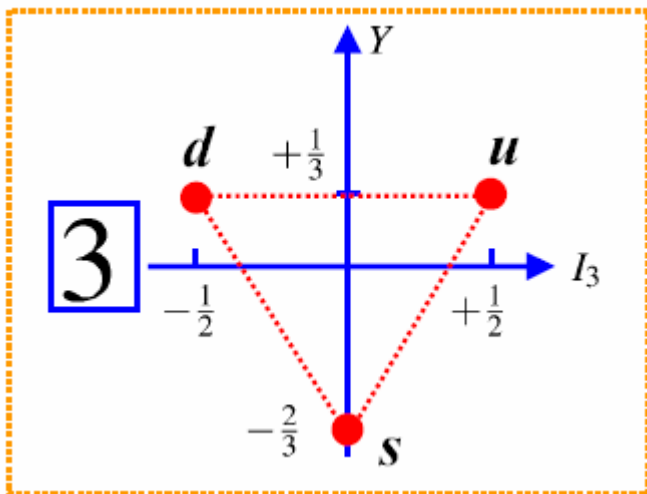
Componenta a 3 a izospinului ( $I_3$ ) ca și în cazul unidimensional

Hipersarcina  $Y = S+B$  ( $S$  – nr. Stranietate,  $B$  – nr. Barionic)

Reprezentarea pentru diferite valori ale mărimilor  $\lambda_1$  și  $\lambda_2$ .



Fiecare punct din diagrama corespunde unei stari de multiplu identificata prin valorile proprii ale izospinului  $I_3$  si hipersarcinii  $Y$



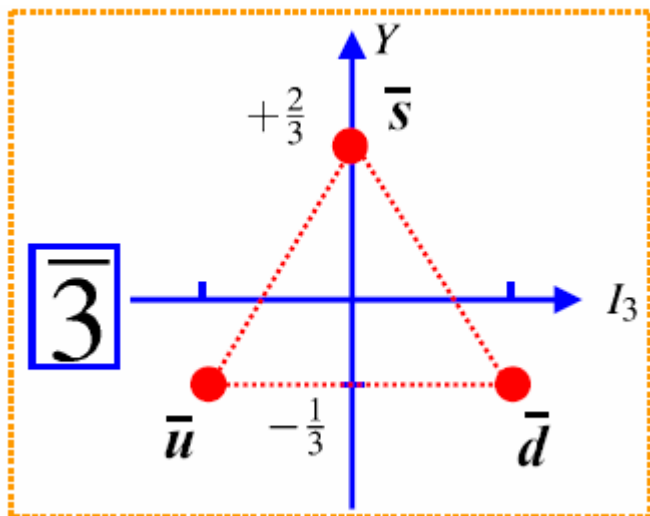
$$Y = 2(Q - I_3)$$

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{u}: \quad q = +\frac{2}{3} \quad I_3 = 1/2 \\ \mathbf{d}: \quad q = -\frac{1}{3} \quad I_3 = -1/2 \\ \mathbf{s}: \quad q = -\frac{1}{3} \quad I_3 = 0 \end{array} \right)$$

### Quarci

$$I_3 u = +\frac{1}{2}u; \quad I_3 d = -\frac{1}{2}d; \quad I_3 s = 0$$

$$Y u = +\frac{1}{3}u; \quad Y d = +\frac{1}{3}d; \quad Y s = -\frac{2}{3}s$$

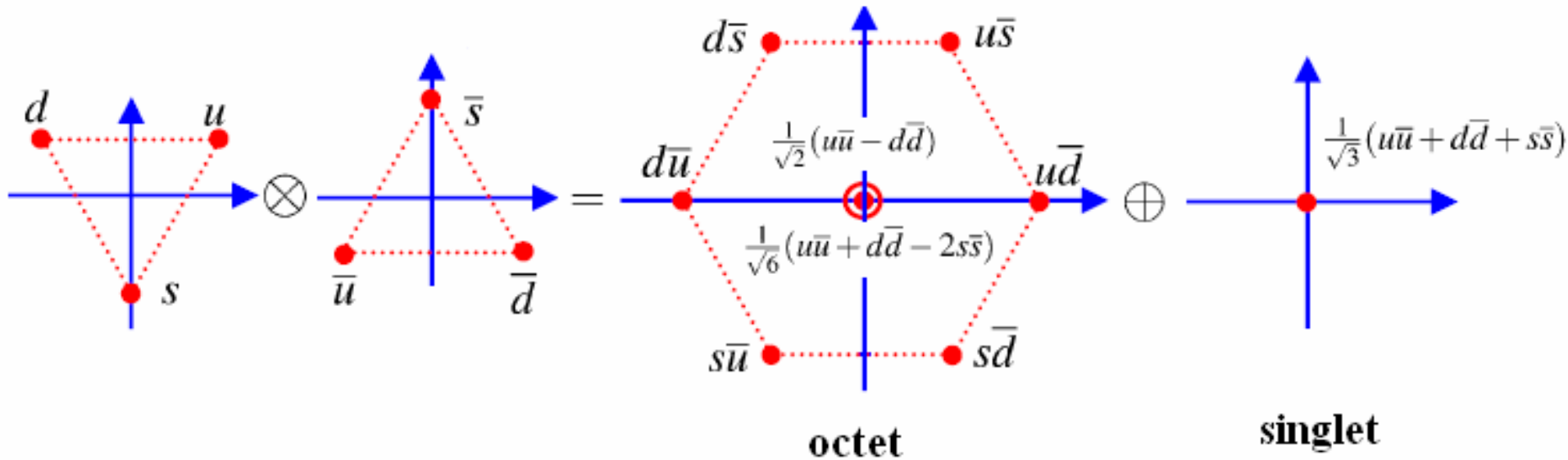


### Anti-Quarci

$$I_3 \bar{u} = -\frac{1}{2}\bar{u}; \quad I_3 \bar{d} = +\frac{1}{2}\bar{d}; \quad I_3 \bar{s} = 0$$

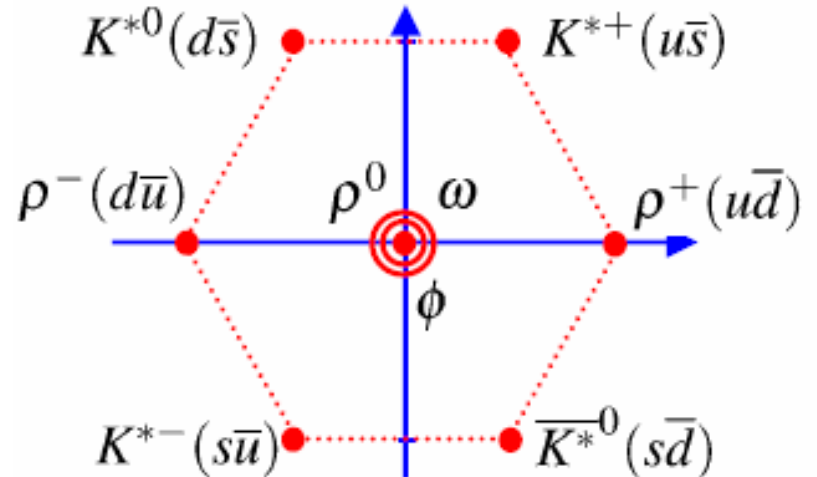
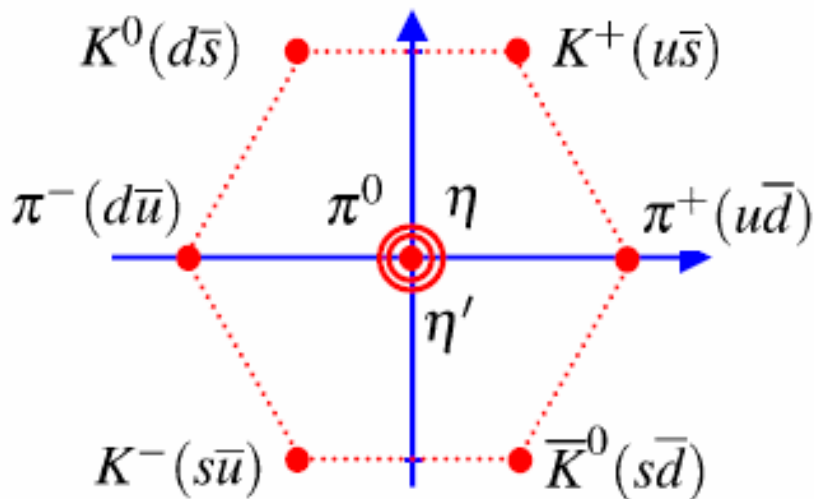
$$Y \bar{u} = -\frac{1}{3}\bar{u}; \quad Y \bar{d} = -\frac{1}{3}\bar{d}; \quad Y \bar{s} = +\frac{2}{3}\bar{s}$$

Cu quarcii **uds** se pot construi 9 stari ale **mezonilor**  $q\bar{q}$   $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$



Mezoni pseudoscalari  
( $L=0, S=0, J=0, P=-1$ )

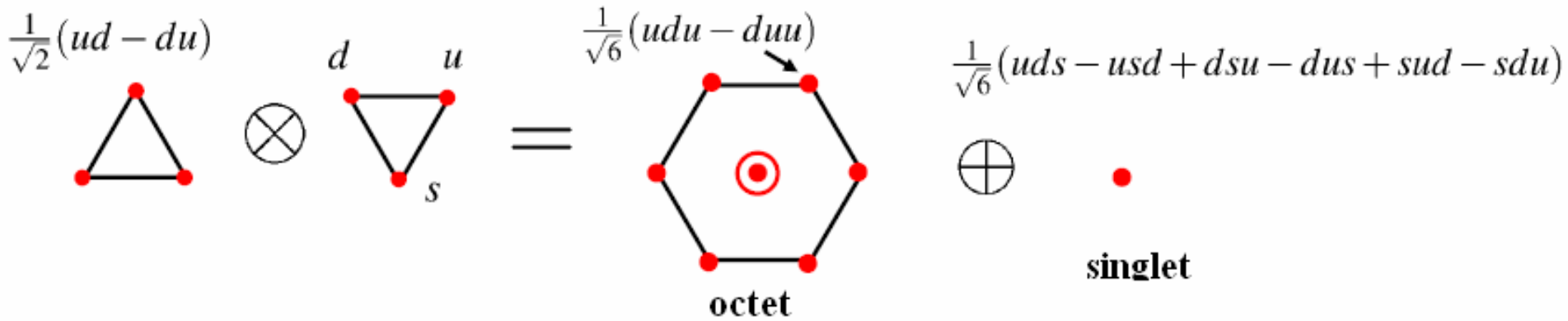
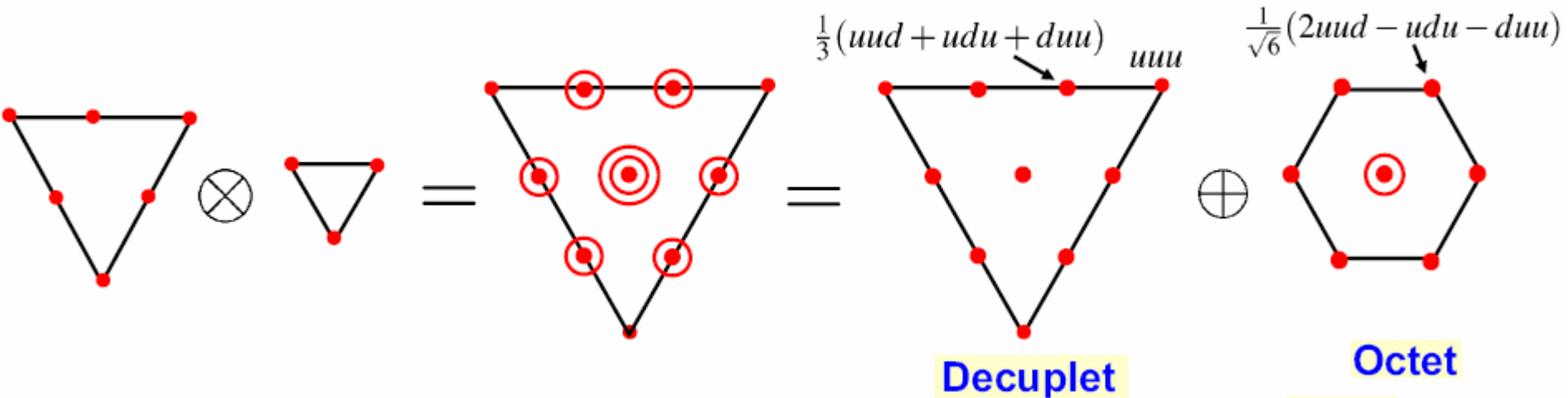
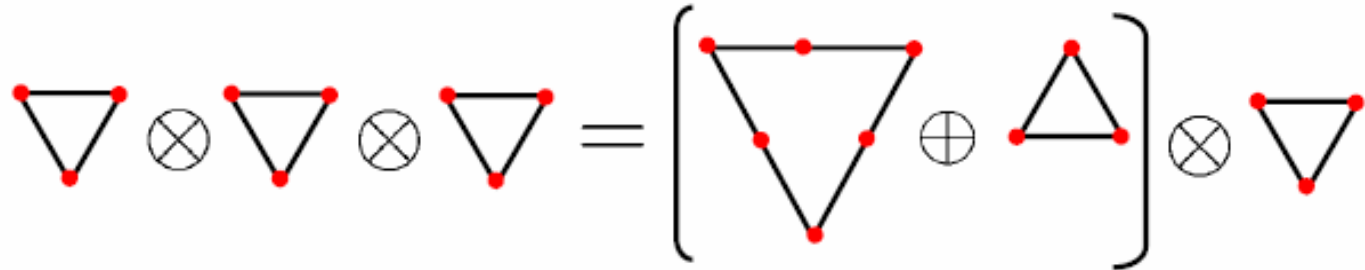
Mezoni vectoriali  
( $L=0, S=1, J=1, P=-1$ )



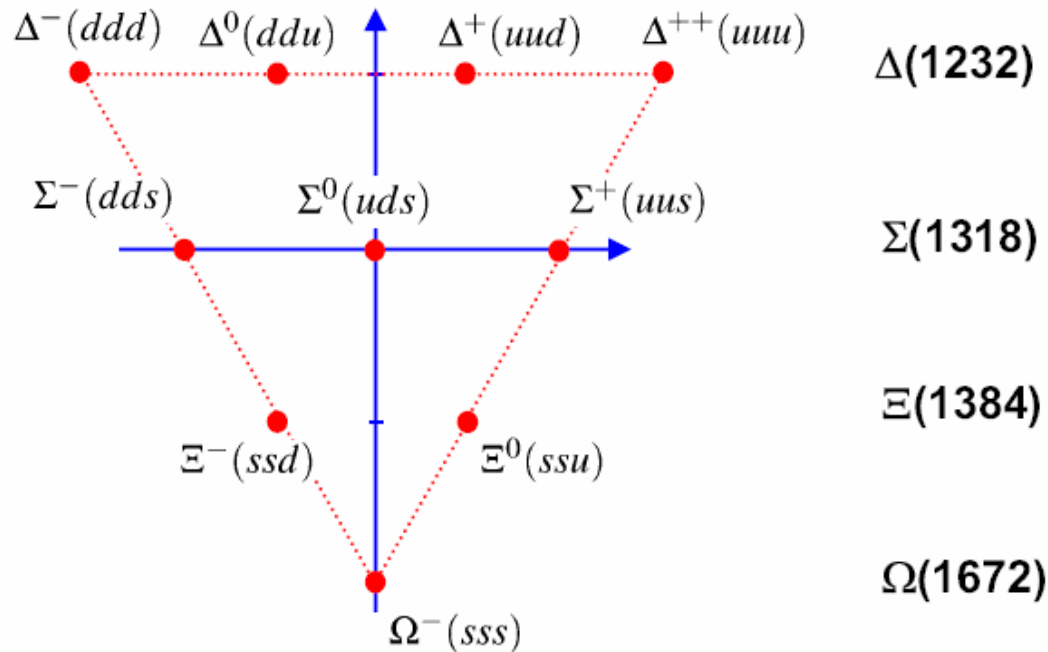


# Cu quarcii **uds** se pot construi 27 stari ale barionilor

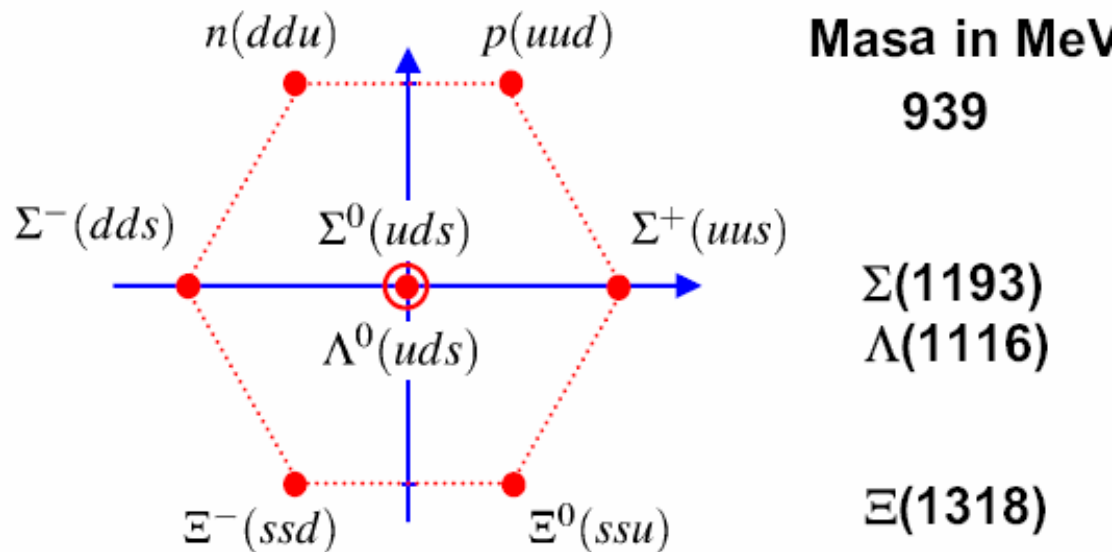
$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \otimes (6 \oplus \bar{3}) = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \text{ combinatii } qqq \quad \overline{qqq}$$



**DECUPLET (L=0, S=3/2, J=3/2, P= +1 ) Masa in MeV**



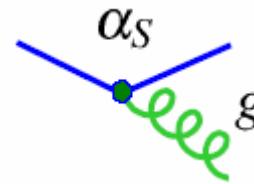
**OCTET (L=0, S=1/2, J=1/2, P= +1 )**



## Reprezentari SU(3) in QCD

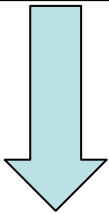
- quarcii au sarcina de culoare:
- anti-quarcii au anti-sarcina de culoare:
- Forta de interactiune este mediata de gluoni fara masa

$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



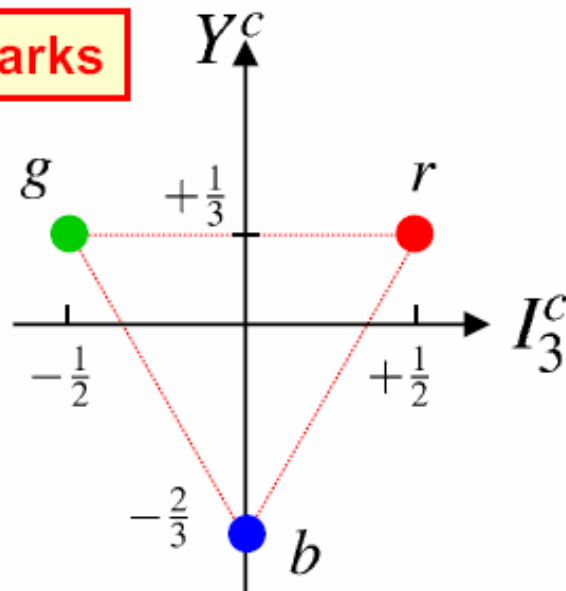
Analog cu QED, in QCD avem izospin de culoare  $I_3^c$  si hipersarcina de culoare  $Y^c$

Analogie

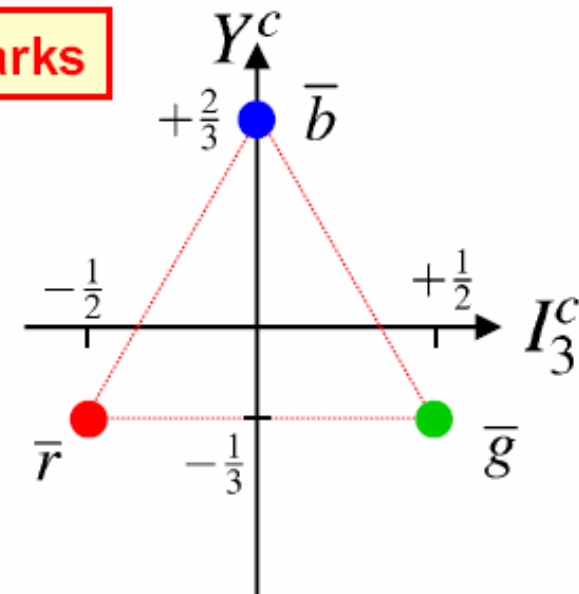


$$\begin{array}{l} u \rightarrow r \\ d \rightarrow g \\ s \rightarrow b \end{array}$$

quarks



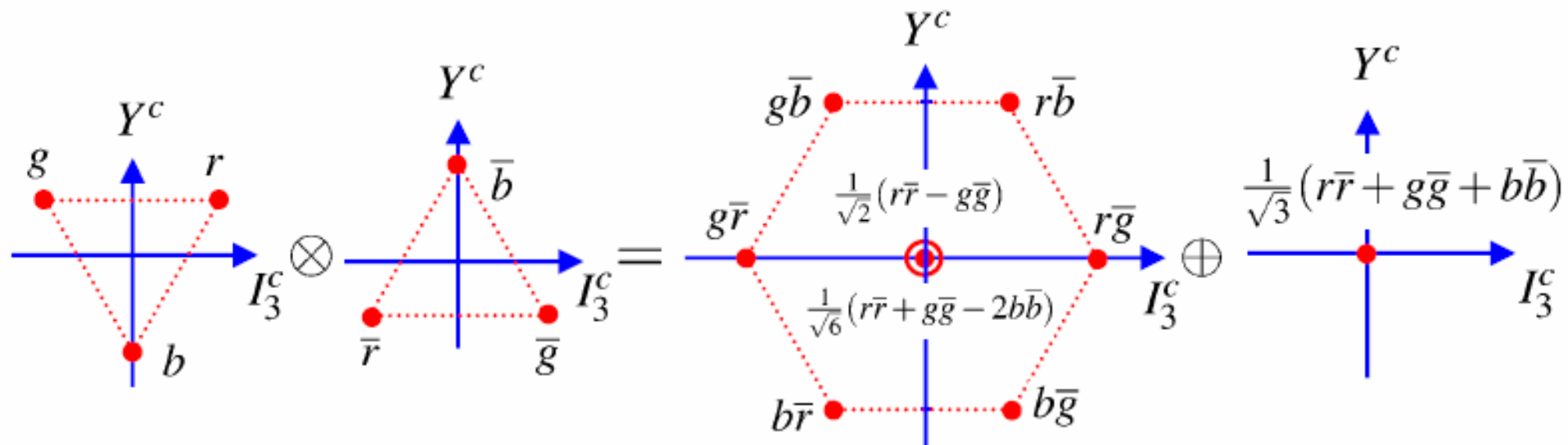
anti-quarks



*Numai hadronii fara culare (stare de singlet) pot exista ca particule libere !!!!*

### Mezoni de culoare

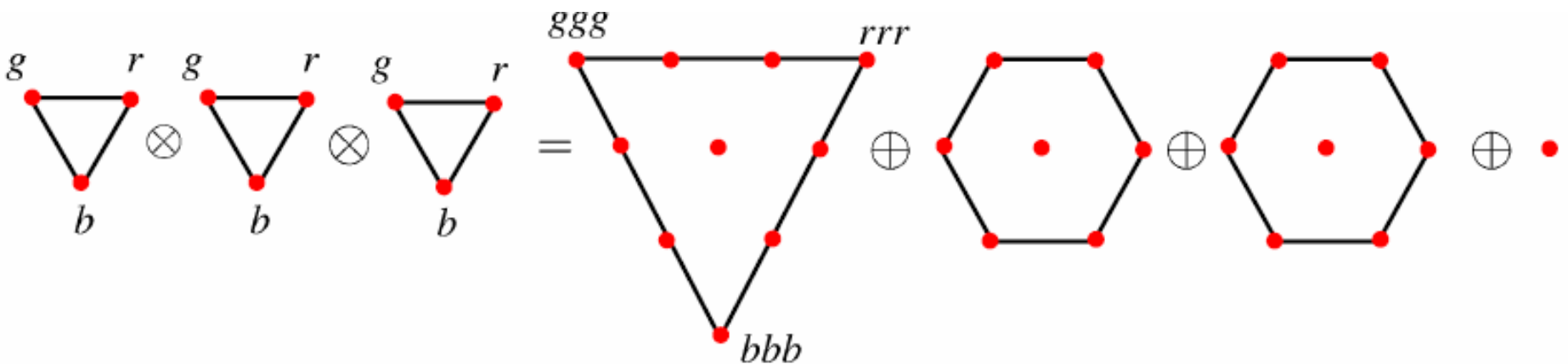
$$3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$$



$$\boxed{\psi_c^{q\bar{q}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})} \quad \text{singlet}$$

## Barionii de culoare

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \otimes (6 \oplus \bar{3}) = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$



$$\psi_c^{qqq} = \frac{1}{\sqrt{6}} (rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr)$$

singlet

Hadroni de culoare permisi (numai in stare de singlet)

●  $qq, qqq$

Mezoni si barioni

●  $q\bar{q}q\bar{q}, qqqq\bar{q}$

Stari exotice (penta-quarci)

## Legi de conservare

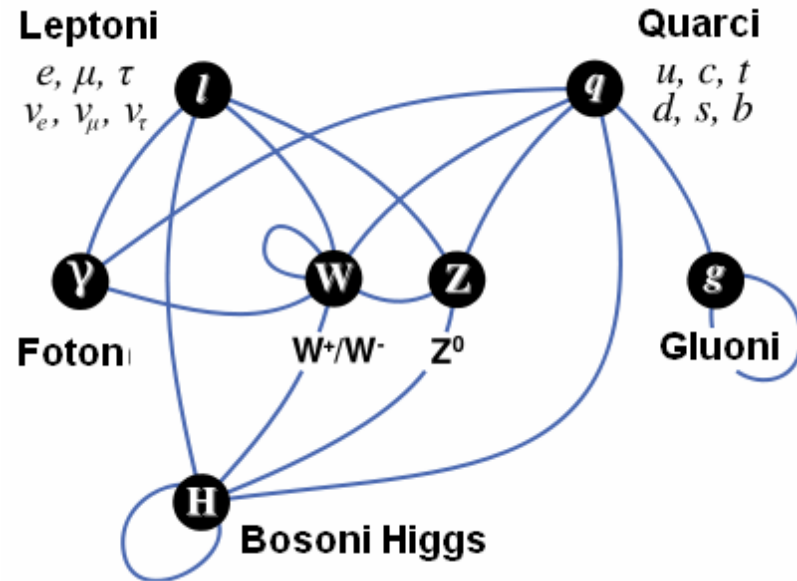
*Stabilirea relațiilor între mărimile și caracteristicile cuantice implicate în procesele de interacții dintre particule fundamentale.*

- ▶ invarianța la translația spațială și temporală implică *legea conservării impulsului total* și *legea conservării energiei totale*
- ▶ invarianța la rotație implică *legea de conservare a momentului cinetic total*
- ▶ inversia spațială implică *legea conservării parității*;
- ▶ inversia temporală implică *reversibilitatea interacțiunilor*;
- ▶ transformarea și distribuția numărului de particule într-o interacțiune, implică *legea conservării numărului de quarci*, *legea conservării sarcinii electrice* și *a aromei*.

*Legea lui Noether : Fiecare simetrie din natură generează o lege de conservare și reciproc, fiecărei simetrii îi corespunde o lege de conservare*

<b>Simetria</b>		<b>Legea de conservare</b>
<b>Translația temporală</b>	↔	<b>Energia</b>
<b>Translația spațială</b>	↔	<b>Impulsul</b>
<b>Rotația</b>	↔	<b>Momentul cinetic</b>
<b>Transformare etalon (gauge)</b>	↔	<b>Sarcina</b>

## Interacții fundamentale dintre particule



## Conservarea energiei totale

Intr-un sistem izolat în care particulele se află în interacție - energia totală se conservă (valoarea totală a energiei într-un sistem izolat rămâne constantă în timp).

În mecanica cuantică, energia este definită ca fiind proporțională cu timpul derivata funcției de undă la timp

$$E_a + E_X + m_a c^2 + M_X c^2 = E_b + E_Y + m_b c^2 + M_Y c^2$$

$$a + X \rightarrow b + Y$$

E – energia cinetica

$mc^2$  - energia de repaus

## Conservarea impulsului liniar.

impulsul total al sistemului se conservă

$$\vec{p}_a + \vec{p}_X = \vec{p}_b + \vec{p}_Y$$

## Conservarea momentului unghiular

$$I_a + I_X + l_{aX} = I_b + I_Y + l_{bY}$$

momentul unghiular total este o constanță a mișcării și ca urmare se conservă în orice interacție nucleară

## Conservarea sarcinii electrice.

Suma sarcinilor electrice înainte și după interacție, se conservă

$$Q_a + Q_X \rightarrow Q_b + Q_Y$$

Generalizat, sarcina totală se conservă

$$\sum Q_i = \sum Q_f$$



## Conservarea parității

Paritatea reprezintă o transformare, care se schimbă semnul algebric al sistemului de coordonate.

$$P \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

Paritate - mecanica cuantică - mărime care caracterizează simetria stărilor

$$P_a P_X (-1)^{l_{aX}} = P_b P_Y (-1)^{l_{bY}}$$

$P_a, P_b, P_X, P_Y$  paritățile nucleelor;  $l_{ax}$  și  $l_{bY}$  sunt momentele cinetice relative

## *Conservarea aromei particulelor*

<u>Marimea</u>	<u>Tare</u>	<u>EM</u>	<u>Slaba</u>
Numar Barionic	Y	Y	Y
Lepton number(s)	Y	Y	Y
top	Y	Y	<i>N</i>
strangeness	Y	Y	<i>N</i>
charm	Y	Y	<i>N</i>
bottom	Y	Y	<i>N</i>
Isospin	Y	<i>N</i>	<i>N</i>
Charge conjugation (C)	Y	Y	<i>N</i>
Parity (P)	Y	Y	<i>N</i>
CP or Time (T)	Y	Y	<i>y/n</i>
CPT	Y	Y	Y
G Parity	Y	<i>N</i>	<i>N</i>

## Conjugarea de sarcină

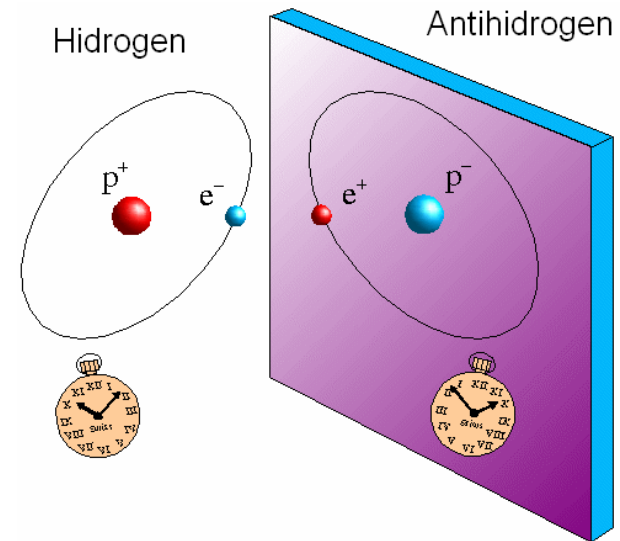
Conjugarea de sarcina este o operație matematică (operator) care transformă o particula în antiparticula sa (ex.schimbarea semnului sarcinii)

$$C \Psi(q) = C \Psi(-q)$$

$$C p \rightarrow \bar{p}$$

$$C n \rightarrow \bar{n}$$

$$C e^{-} \rightarrow e^{+}$$



Operatorul apartine unui grup de simetrie hermitian cu două elemente:

$$C^2=1 \Rightarrow C=C^{-1}=C^\dagger$$

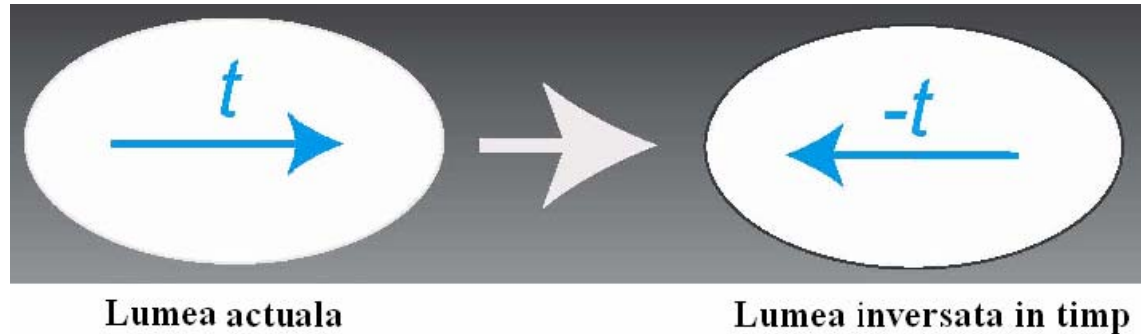
Valori proprii: +1 si -1

	1	C
1	1	C
C	C	C <sup>2</sup> =1

## Inversarea in timp

**Inversare in timp sau simetria-T** este o lege fizica de transformare a timpului prin inversarea sensului.

$$T : (t) \rightarrow (-t)$$



În forma sa simplă, simetria-T apare în cazul în care o înlocuiește  $t$  cu  $-t$  și vede dacă apare aceeași ecuație. Aceasta se întâmplă dacă, în ecuație apar puteri pare la timp sau derivate la timp de ordin par.

Dacă în ecuație apar puteri impare sau derivate de ordin impar, simetria-T este ruptă (ex. dezintegrarea slabă).

# Simetria CPT

CPT-ul este o transformare combinată a conjugării de sarcină (C), inversarea în spațiu (paritatea-P) și inversarea în timp (T).

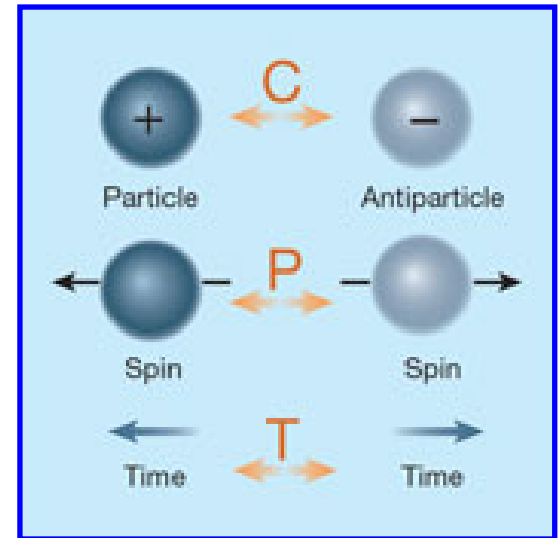
Teoriile convenționale, cum ar fi Modelul Standard, sunt întotdeauna simetrice în transformarea CPT. Cu toate acestea, teoria superstringurilor și alte teorii ale gravitației cuantice pot încălca simetria CPT. Deci, o violare a simetriei CPT ar da un semnal de fond al efectelor gravitației cuantice

## 3 ipoteze

- 1.-Localizare
- 2.-Invariantul Lorentz
- 3.-Hermiticitatea Hamiltonianului

- A.-Egalitatea maselor particulelor și antiparticulelor
- B.-Egalitatea timpilor de viață pentru particule și antiparticule

**Conservarea  
CPT**



<b>Interacțiunea</b>	<b>Gravitațională</b>	<b>Electromagnetică</b>	<b>Tare</b>	<b>Electroslabă</b>
<b>Intensitatea relativă</b>	<b><math>10^0</math></b>	<b><math>10^{38}</math></b>	<b><math>10^{40}</math></b>	<b><math>10^{15}</math></b>
<b>raza de acțiune</b>	$\infty$	$\infty$	<b><math>10^{-15}\text{m}</math></b>	<b><math>10^{-18}\text{m}</math></b>
<b>conservarea -P</b>	✓	✓	✓	<b>x</b>
<b>conservarea -T</b>	✓	✓	✓	<b>x</b>
<b>conservarea -C</b>	✓	✓	✓	<b>x</b>
<b>conservarea -CP</b>	✓	✓	✓	<b>x</b>
<b>conservarea -CPT</b>	✓	✓	✓	✓