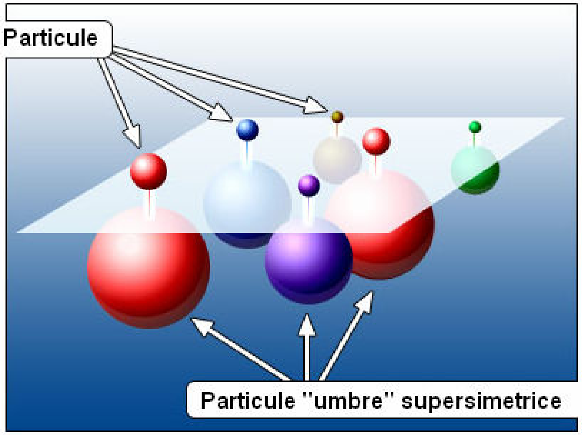
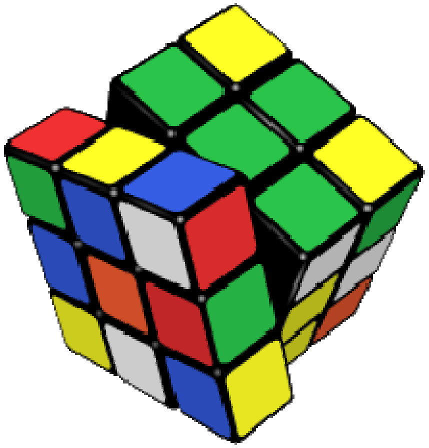
Reprezentări ale grupului SU(3) în modelul quarc



Observații experimentale:
-numărul de leptoni cunoscuți 6 insă există un număr foarte mare de hadroni
-hadronii se pot clasifica în funcție de numerele lor cuantice (număr barionic, spin, izospin, stranietate, etc) sugerează o simetrie intrinsecă a particulelor elementare. Simetria acestora poate fi descrisă de teoria grupurilor

Noțiunea de grup exprimă sub formă concisă şi imediat utilizabilă, idei universale de regularitate şi simetrie.

Numele grupului	Matricile grupului
U(n) SU(n) O(n) SO(n)	n x n unitare (Ǔ*U=1) n x n unitare cu determinant 1 n x n ortogonale (ǑO=1) n x n ortogonale cu determinant 1



Un grup este un set de elemente legate între ele prin anumite operații aritmetice sau algebrice. Grupurile pot fi finite sau infinite după cum conțin un număr limitat sau nelimitat de elemente .

În matematică un grup unitar special de grad *n*, ***SU(n)*** este un grup de ***n x n*** matrici unitare cu determinant egal cu 1. Cel mai simplu grup este grupul *SU(1)* care are un singur element

Grupul ***SU(n)*** este caracterizat prin n^2-1 parametri independenți. Generatorii grupului *SU(n)* notați T_a sunt reprezentați de urma matricilor hermitiene, adică de :

$$\mathrm{tr}(T_a) = 0$$

$$T_a = T_a^*$$

Pentru grupul *SU(2), care este* un grup izomorfic cu $n^2-1=3$ parametri independenți, generatorii *T* sunt proporționali cu matricile Pauli σ_a:

$$T_a = \frac{\sigma_a}{2}$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

În cazul grupului SU(3) (*n^2-1=8* parametri independenți) , generatorii sunt

$$T_a = \frac{\lambda_a}{2}$$

Unde λ reprezintă matrici Gell Mann, analoage matricilor Pauli în SU(2)

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

În teoria grupurilor SU(3) se arată că matriclie λ îndeplinesc condiția de comutativitate:

$$\left[\lambda^a, \lambda^b\right] = \lambda^a\lambda^b - \lambda^b\lambda^a = 2i f^{abc}\lambda^c$$

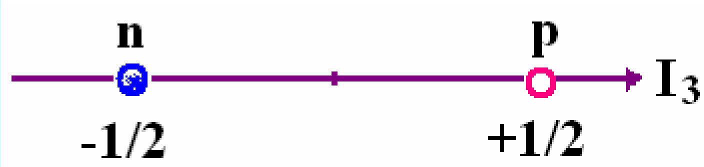
f^{abc} – sunt nişte numere complexe numite constante de structură

Aplicând la particule, modelul SU(2) caracterizează multipleți prin numărul cuantic de izospin *I*. Fiecare multiplet constând din *2I+1* substări distanțate printr-o valoare dată de componenta I_3. Astfel reprezentarea este unidimensională.

Exemple

***I=1/2*:** : Starile nucleonului: proton si neutron (dublet)
transformarile p ↔ n are simetrie interna SU(2)

Nucleon:
$m_p = 938.28$ MeV/c^2
$m_n = 939.57$ MeV/c^2

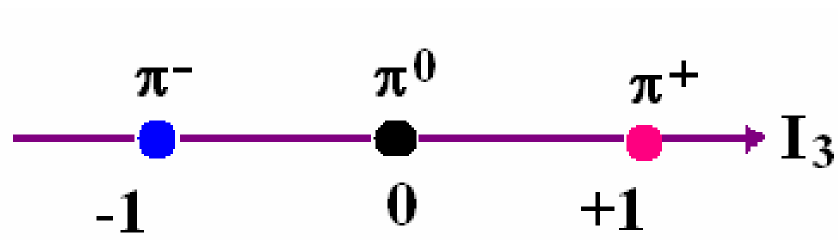


$$n = \left| I = \frac{1}{2}, I_3 = -\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$p = \left| I = \frac{1}{2}, I_3 = +\frac{1}{2} \right\rangle$$

***I=1*:** Starile mezonului π: (triplet)
transformarile π^- π^0 π^+ are simetrie interna SU(2)

Pioni:
$m_{\pi\pm} = 139.6 MeV/c^2$
$m_{\pi 0} = 135.0 MeV/c^2$



$$\pi^- = \left| I=1, I_3 = -1 \right\rangle$$

$$\pi^0 = \left| I=1, I_3 = 0 \right\rangle$$

$$\pi^+ = \left| I=1, I_3 = 1 \right\rangle$$

În reprezentarea ***SU(3)*** supermultipleții conțin multipleți de ***SU(2)***

SU(3)xSU(2)xU(1)

Prin urmare este nevoie de 2 numere care să specifice toate substările.

Descriu hadroni constituiti din trei quarci: u, d, s:

Mezoni: qq

Barioni: qqq

Invarianța la transformarile uds adica simetrie SU(3)

SU(2) ***SU(3)***

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u: & u-\text{quarc}, & q=+\frac{2}{3} \\ d: & d-\text{quarc}, & q=-\frac{1}{3} \\ s: & s-\text{quarc}, & q=-\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

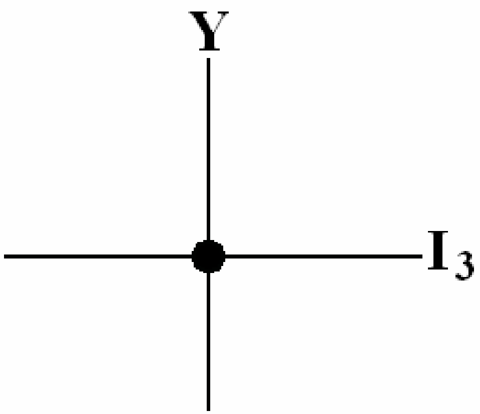
Să luăm aceste numerele λ_1 şi λ_2. Valoarea (**λ_1+1**) specifică numărul de puncte din partea superioară a unui hexagon iar (**λ_2+1**) numărul de puncte din partea inferioară.

Avem aşadar o reprezentare bidimensională în care cele două axe sunt :

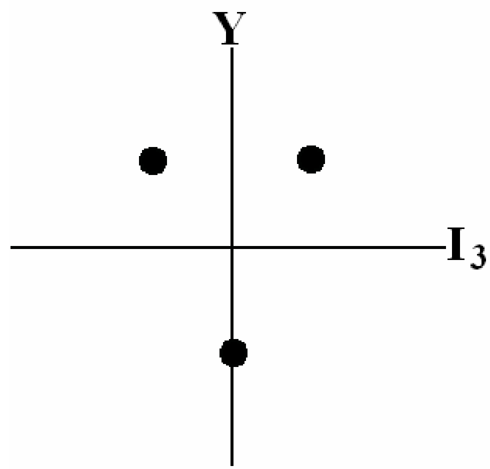
Componenta a 3 a izospinului (I_3) ca şi în cazul unidimensional

Hipersarcina $Y = S + B$ (S – nr. Stranietate, B – nr. Barionic)

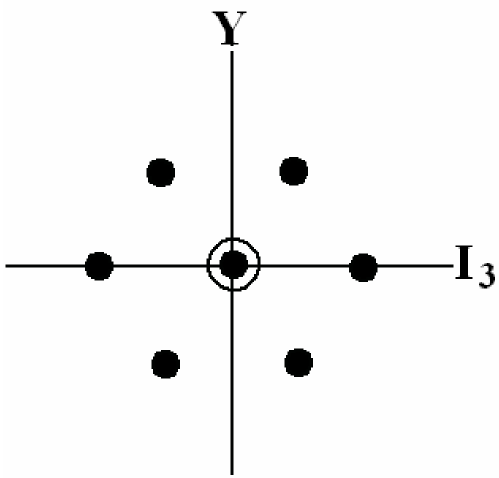
Reprezentarea pentru diferite valori ale mărimilor λ_1 şi λ_2.



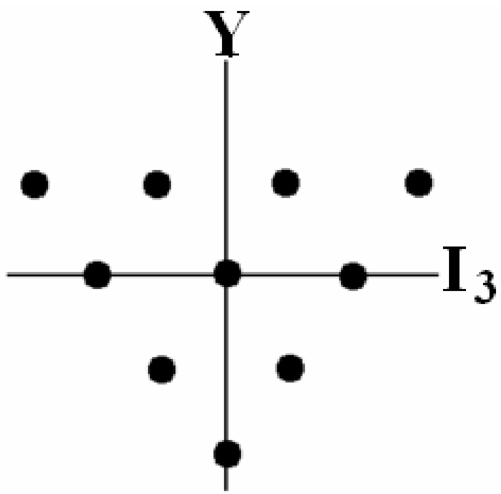
$\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = 0$



$\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 0$

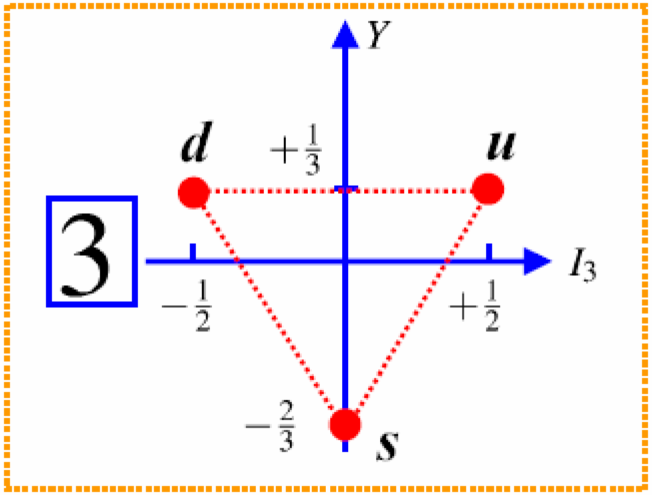


$\lambda_1 = 1 = \lambda_2$



$\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = 0$

Fiecare punct din diagrama corespunde unei stari de multiplet identificata prin valorile proprii ale izospinului I_3 si hipersarcinii Y



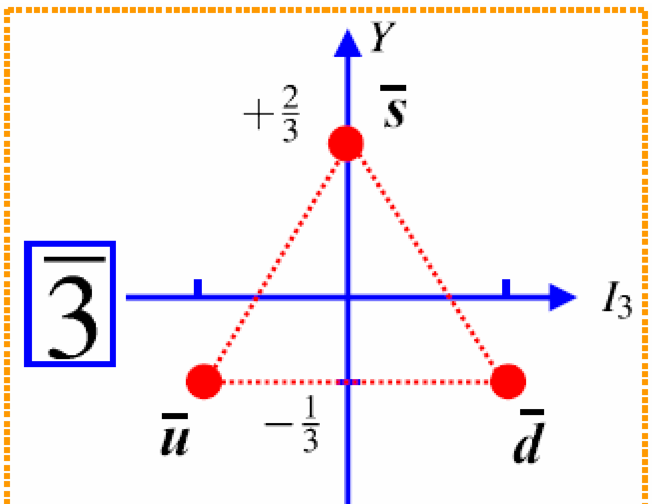
$Y = 2\,(Q - I_3)$

$$\begin{pmatrix} \text{u:} & q=+\frac{2}{3} & I_3 = 1/2 \\ \text{d:} & q=-\frac{1}{3} & I_3 = -1/2 \\ \text{s:} & q=-\frac{1}{3} & I_3 = 0 \end{pmatrix}$$

Quarci

$$\boxed{I_3 u = +\tfrac{1}{2}u; \quad I_3 d = -\tfrac{1}{2}d; \quad I_3 s = 0}$$

$$\boxed{Yu = +\tfrac{1}{3}u; \quad Yd = +\tfrac{1}{3}d; \quad Ys = -\tfrac{2}{3}s}$$

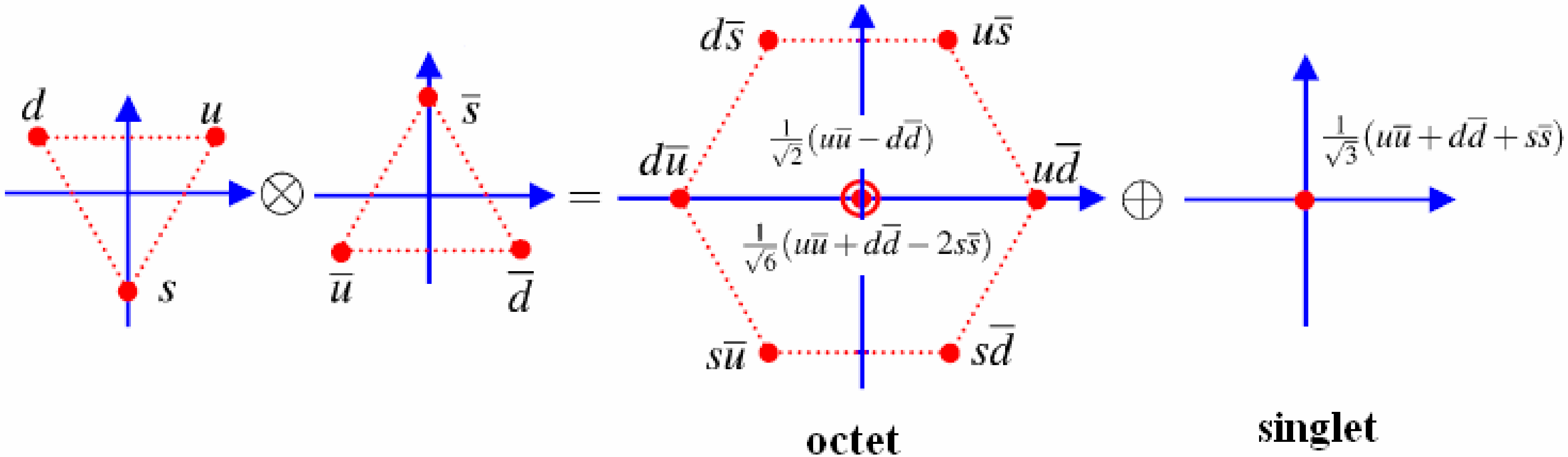


Anti-Quarci

$$\boxed{I_3 \bar{u} = -\tfrac{1}{2}\bar{u}; \quad I_3 \bar{d} = +\tfrac{1}{2}\bar{d}; \quad I_3 \bar{s} = 0}$$

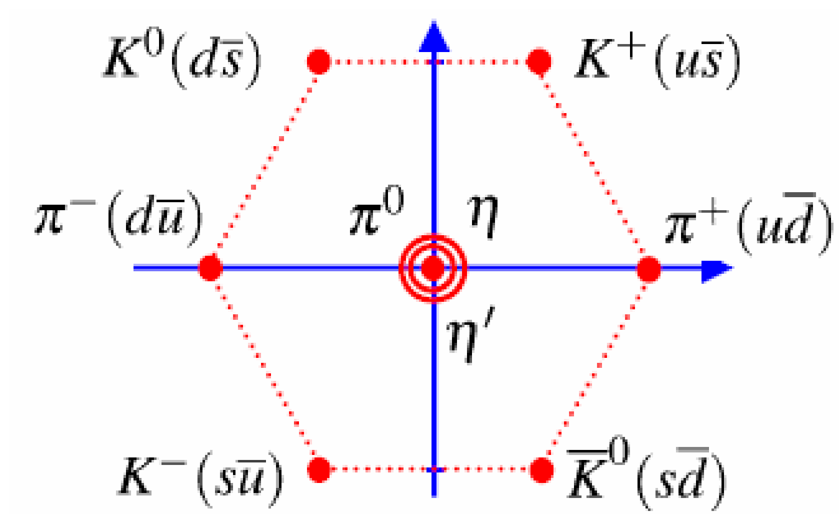
$$\boxed{Y\bar{u} = -\tfrac{1}{3}\bar{u}; \quad Y\bar{d} = -\tfrac{1}{3}\bar{d}; \quad Y\bar{s} = +\tfrac{2}{3}\bar{s}}$$

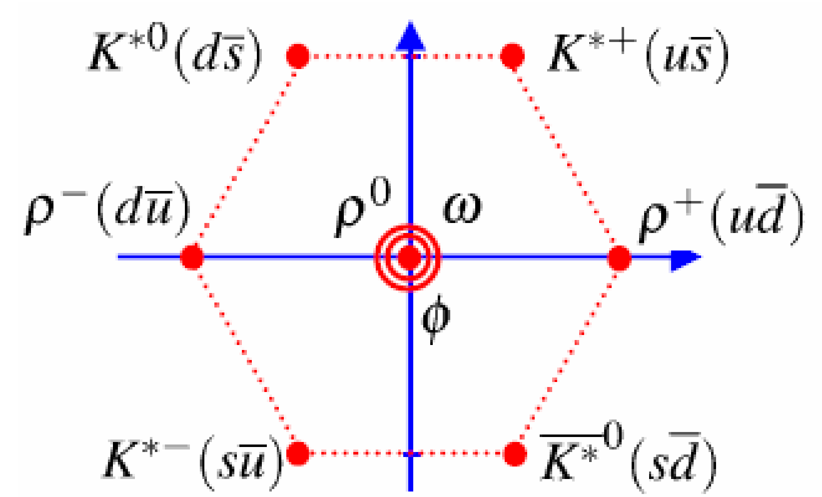
Cu quarcii uds se pot construi 9 stari ale mezonilor $q\bar{q}$ $\quad 3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$



Mezoni pseudoscalari
(L=0, S=0, J=0, P= –1)

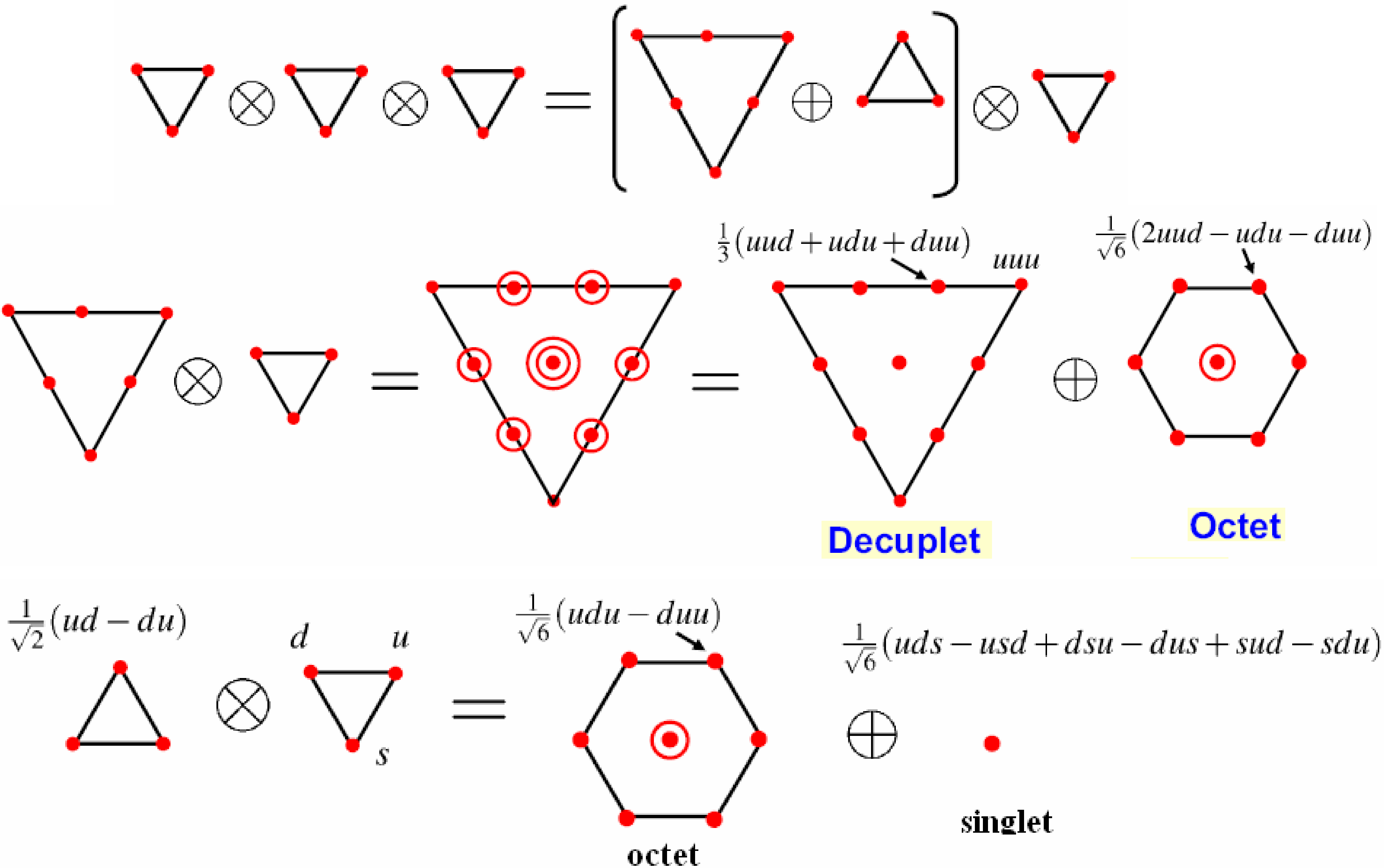
Mezoni vectoriali
(L=0, S=1, J=1, P= –1)



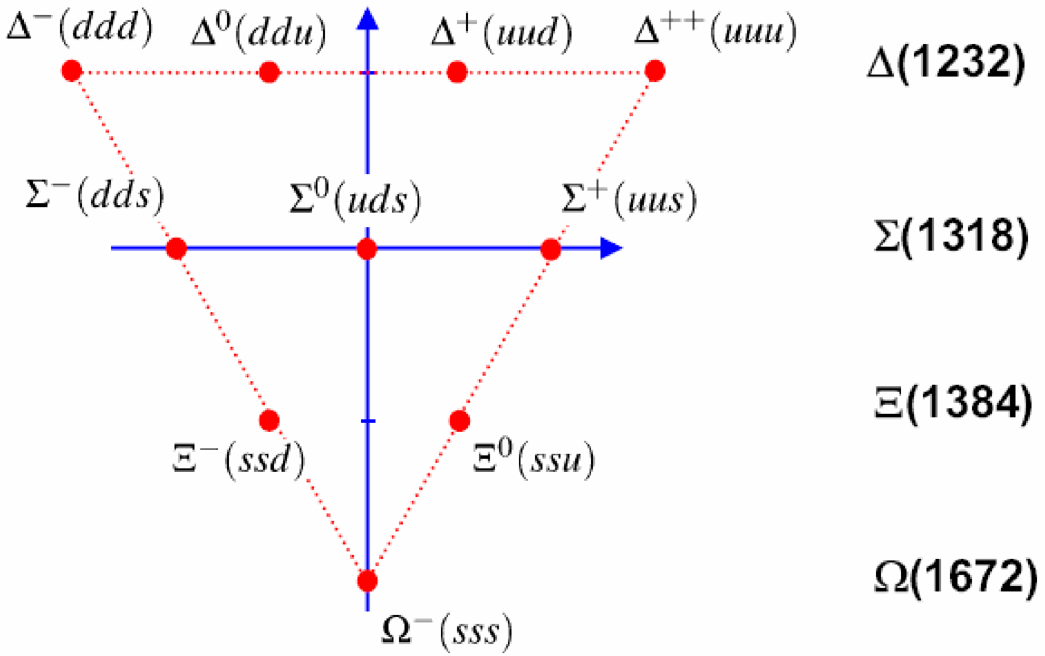


Cu quarcii uds se pot construi 27 stari ale barionilor

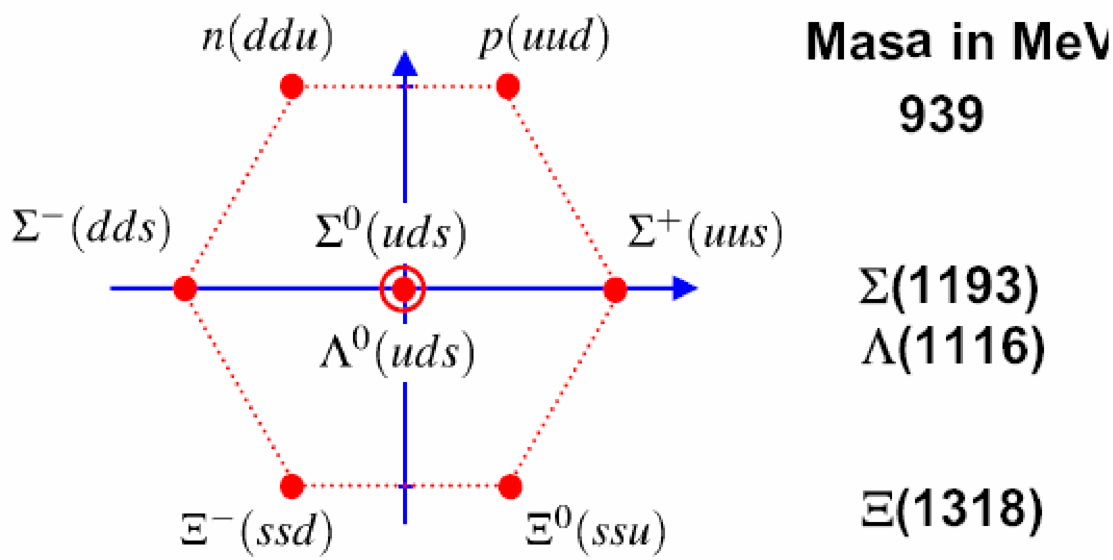
$$3\otimes 3\otimes 3 = 3\otimes(6\oplus\bar{3}) = 10\oplus 8\oplus 8\oplus 1 \quad \text{combinatii} \quad qqq \quad \overline{qqq}$$



<u>DECUPLET</u> (L=0, S=3/2, J=3/2, P= +1) **Masa in MeV**



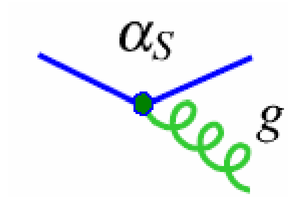
OCTET (L=0, S=1/2, J=1/2, P= +1)



Reprezentari SU(3) in QCD

- quarcii au sarcina de culoare:
- anti-quarcii au anti-sarcina de culoare:
- Forta de interactiune este mediata de gluoni fara masa

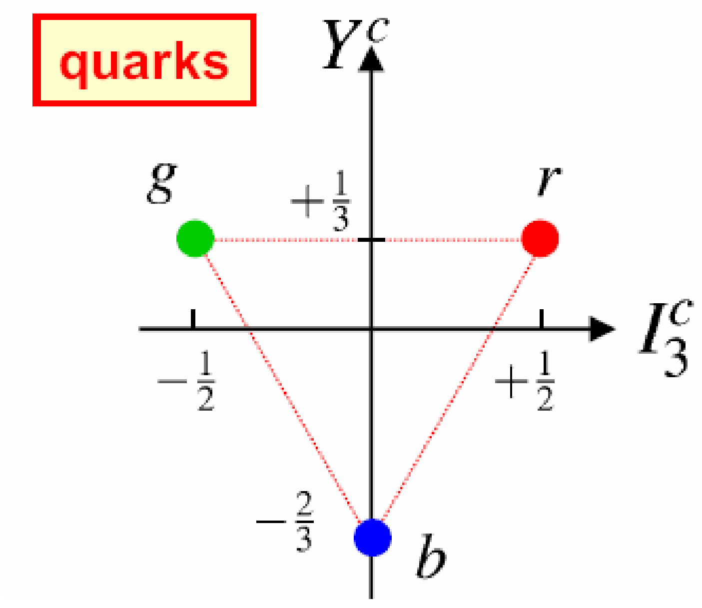
$$r = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}; \quad g = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

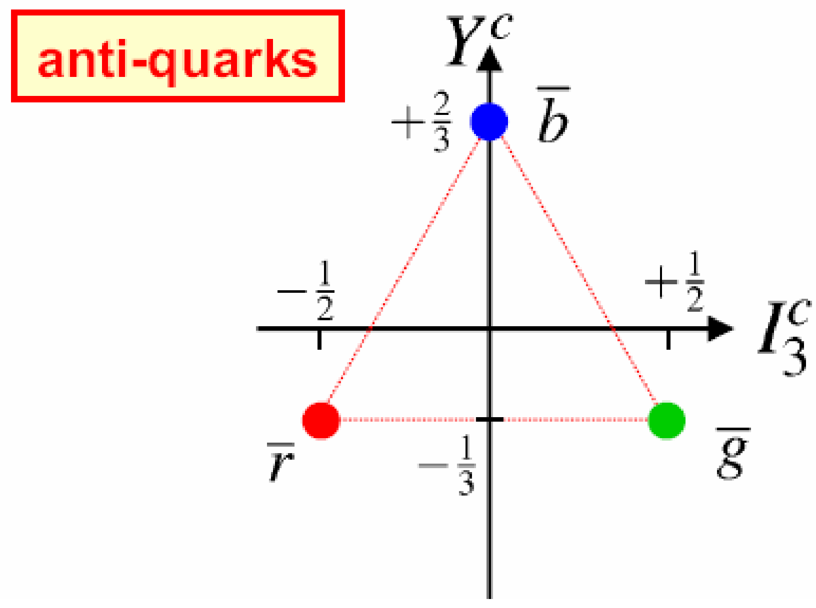


Analog cu QED, in QCD avem izospin de culoare I^C_3 si hipersarcina de culoare Y^C

Analogie

$u \rightarrow r$
$d \rightarrow g$
$s \rightarrow b$

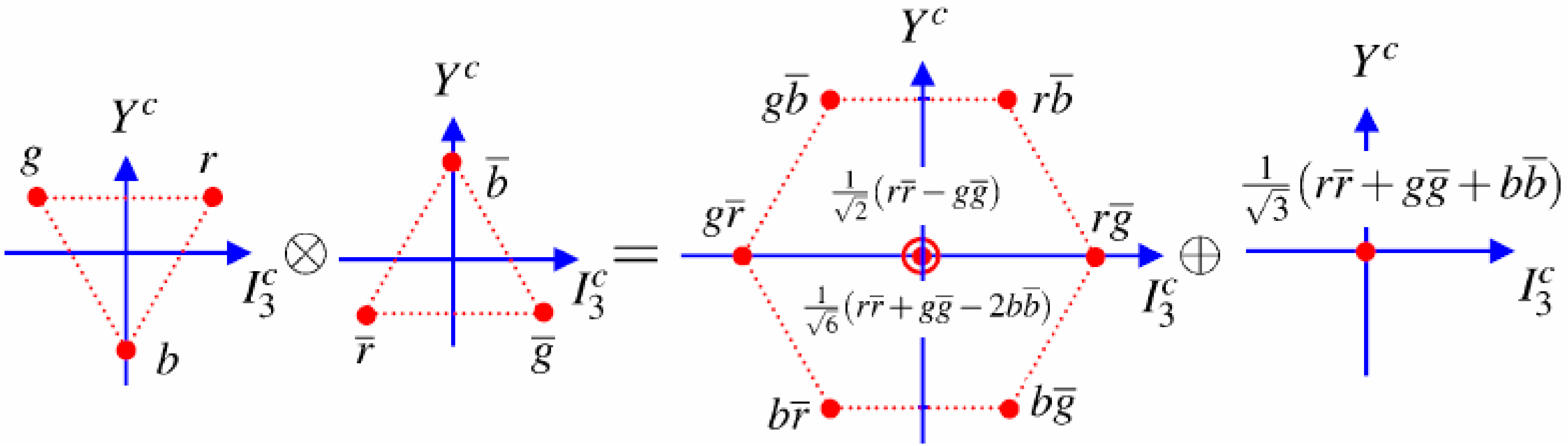




Numai hadronii fara culare (stare de singlet) pot exista ca particule libere !!!!

Mezoni de culoare

$$3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$$

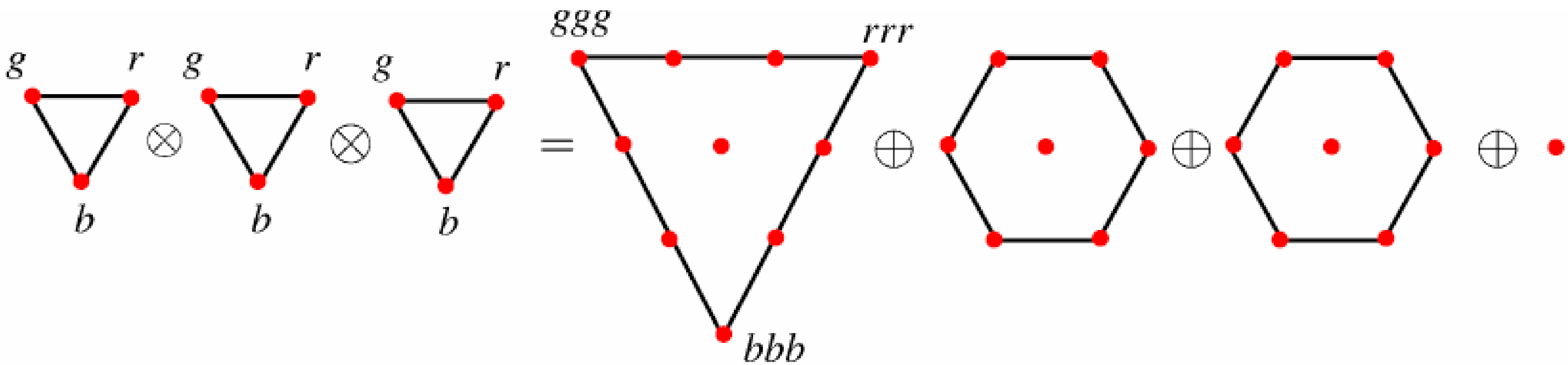


$$\boxed{\psi_c^{q\bar{q}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})}$$

singlet

Barionii de culoare

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \otimes (6 \oplus \overline{3}) = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$



$$\boxed{\psi_c^{qqq} = \frac{1}{\sqrt{6}}(rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr)}$$ **singlet**

Hadroni de culoare permisi (numai in stare de singlet)

- $q\bar{q}$, qqq — **Mezoni si barioni**
- $q\bar{q}q\bar{q}$, $qqqq\bar{q}$ — **Stari exotice (penta-quarci)**

Legi de conservare

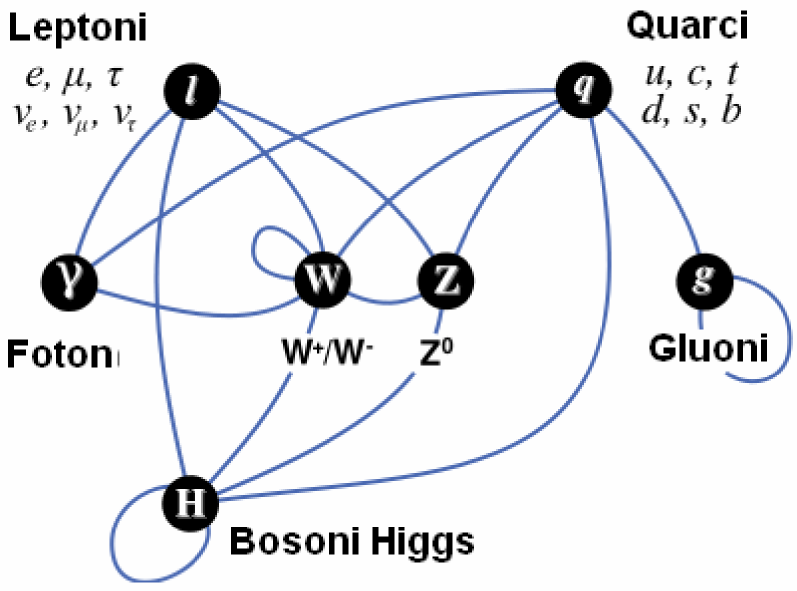
Stabilirea relațiilor între mărimile şi caracteristicile cuantice implicate în procesele de interacții dintre particule fundamentale.

►invarianța la translația spațială şi temporală implică *legea conservării impulsului total* şi *legea conservării energiei totale*
► invarianța la rotație implică *legea de conservare a momentului cinetic total*
► inversia spațială implică *legea conservării parității*;
► inversia temporală implică *reversibilitatea interactiunilor*;
► transformarea şi distribuția numărului de particule într-o interactiune, implică *legea conservării numărului de quarci, legea conservării sarcinii electrice* şi *a aromei*.

Legea lui Noether :Fiecare simetrie din natură generează o lege de conservare şi reciproc, fiecărei simetrii ii corespunde o lege de conservare

Simetria		**Legea de conservare**
Translația temporală	↔	**Energia**
Translația spațială	↔	**Impulsul**
Rotația	↔	**Momentul cinetic**
Transformare etalon (gauge)	↔	**Sarcina**

Interacții fundamentale dintre particule



Conservarea energiei totale

Intr-un sistem izolat în care particulele se află în interacție - energia totală se conservă (valoarea totală a energiei într-un sistem izolat rămâne constantă în timp).
În mecanica cuantică, energia este definită ca fiind proporțională cu timpul derivata funcției de undă la timp

$$\boxed{E_a + E_X + m_a c^2 + M_X c^2 = E_b + E_Y + m_b c^2 + M_Y c^2}$$

$$a + X \rightarrow b + Y$$

E – energia cinetica

mc^2 - energia de repaus

Conservarea impulsului liniar.

impulsul total al sistemului se conservă

$$\boxed{\vec{p}_a + \vec{p}_X = \vec{p}_b + \vec{p}_Y}$$

Conservarea momentului unghiular

$$\boxed{I_a + I_X + l_{aX} = I_b + I_Y + l_{bY}}$$

momentul unghiular total este o constană a mişcării si ca urmare se conservă în orice interactie nucleara

Conservarea sarcinii electrice.

Suma sarcinilor electrice înaintea şi după interacție, se conservă

$$\boxed{Q_a + Q_X \rightarrow Q_b + Q_Y}$$

Generalizat, sarcina totata se conservă $\sum Q_i = \sum Q_f$

Conservarea parităţii

Paritatea reprezinta o transformare, care se schimbă semnul algebric al sistemului de coordonate.

$$P\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

Paritate - mecanica cuantică - mărime care caracterizeaza simetria stărilor

$$P_a P_X (-1)^{l_{aX}} = P_b P_Y (-1)^{l_{bY}}$$

P_a, P_b, P_X, P_Y parităţile nucleelor; l_{ax} şi l_{bY} sunt momentele cinetice relative

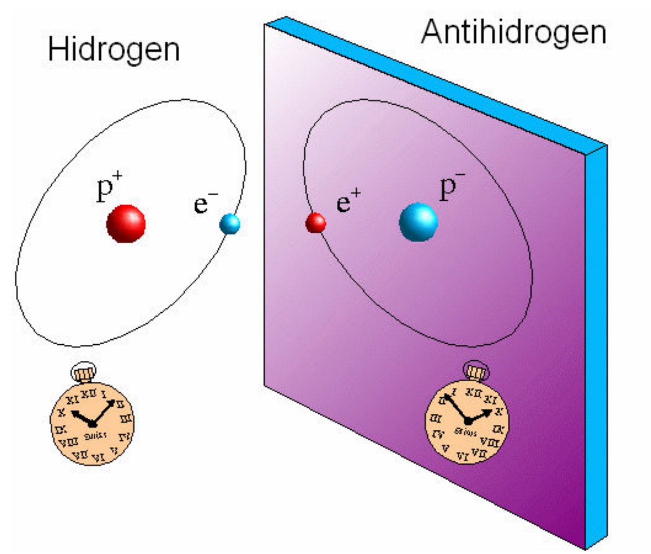
Conservarea aromei particulelor

Marimea	Tare	EM	Slaba
Numar Barionic	Y	Y	Y
Lepton number(s)	Y	Y	Y
top	Y	Y	***N***
strangeness	Y	Y	***N***
charm	Y	Y	***N***
bottom	Y	Y	***N***
Isospin	Y	***N***	***N***
Charge conjugation (C)	Y	Y	***N***
Parity (P)	Y	Y	***N***
CP or Time (T)	Y	Y	y/n
CPT	Y	Y	Y
G Parity	Y	***N***	***N***

Conjugarea de sarcină

Conjugarea de sarcina este o operație matematică (operator) care transformă o particula în antiparticula sa (ex.schimbarea semnului sarcinii)

$$C\,\Psi(q) = C\,\Psi(-q)$$



$$\mathrm{C\,p} \rightarrow \overline{\mathrm{p}}$$

$$\mathrm{C\,n} \rightarrow \overline{\mathrm{n}}$$

$$\mathrm{C\,e^-} \rightarrow \mathrm{e^+}$$

Operatorul apartine unui grup de simetrie hermitian cu două elemente:

$C^2=1 \Rightarrow C=C^{-1}=C^\dagger$

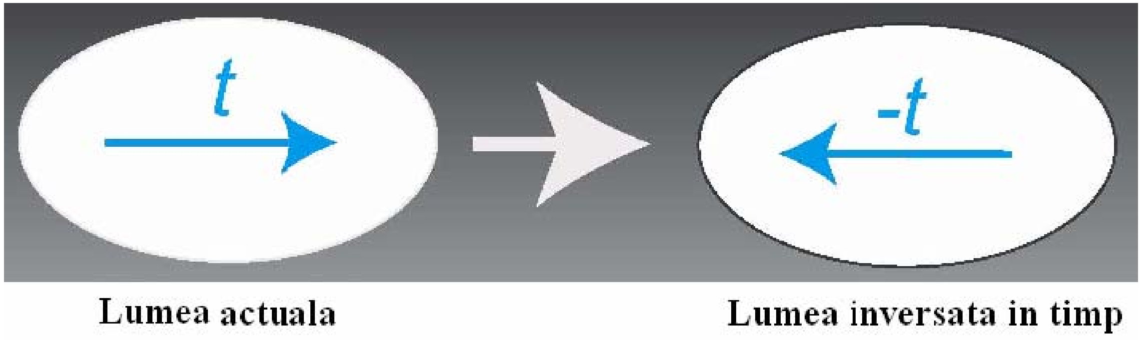
Valori proprii: +1 si –1

	1	C
1	1	C
C	C	$C^2=1$

Inversarea in timp

Inversare in timp sau simetria-T este o lege fizica de transformare a timpului prin inversarea sensului.

$$\boxed{T:(t)\rightarrow(-t)}$$



În forma sa simplă, simetria-T apare în cazul în care o înlocuieşte *t* cu - *t* şi vede daca apare aceeiasi ecuatie. Aceasta se intampla daca, in ecuatie apar puteri pare la timp sau derivate la timp de ordin par.
Daca in ecuatie apar puteri impare sau derivate de ordin impar, simetria-T este rupta (ex.dezintegrarea slaba).

Simetria CPT

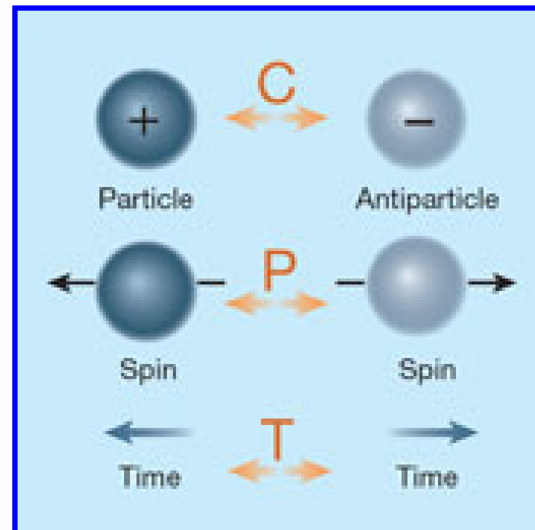
CPT-ul este o transformare combinată a conjugării de sarcină (C), inversarea în spațiu (paritatea-P) şi inversarea în timp (T).
Teoriile convenționale, cum ar fi Modelul Standard, sunt întotdeauna simetrice în transformarea CPT. Cu toate acestea, teoria superstringurilor si alte teorii ale gravitației cuantice pot încălca simetrie CPT. Deci, o violare a simetriei CPT-ul ar da un semnal de fond al efectelor gravitației cuantice

3 ipoteze

1.-Localizare
2.-Invariantul Lorentz
3.-Hermiticitatea Hamiltonianului

Conservarea CPT

A.-Egalitatea maselor particulelor si antiparticulelor
B.-Egalitatea timpilor de viata pentru particule si antiparticule



Interacțiunea	Gravitațională	Electromagnetică	Tare	Electroslabă
Intensitatea relativă	10^{0}	10^{38}	10^{40}	10^{15}
raza de acțiune	∞	∞	10^{-15}m	10^{-18}m
conservarea -P	√	√	√	x
conservarea -T	√	√	√	x
conservarea -C	√	√	√	x
conservarea -CP	√	√	√	x
conservarea -CPT	√	√	√	√